A. M. D. G.

DE CYCLOIDE

Et motu gravium cycloidali

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Exercitatio Mechanica habenda

IN COLLEGIO ROMANO

SOCIETATIS JESU A PATRIBUS

Ejuſdem Societatis.

Anno Domini 1733. Menſe Auguſto Die 18. Hora 21.



ROMÆ, MDCCXXXIII.

is Komarek, in Via Cursûs prope Plateam Sciarræ.

SUPERIORUM FACULTATE.

Digitized by Google

Digitized by Google

DISSERTATIO MECHANICA.

De Cycloide, & motu gravium cycloidali.

I.

SI ſuper recta AB revolvatur Circulus DGC, ita ut puncta intercepta arcu CD ſucceſſivè tangant rectam AD, æqualem arcui CD; punctum primi contactus C deſcribet curvam ACE HIB, quæ cyclois vocatur, baſim habens AB æqualem circumferentiæ, atque altitudinem FE æqualem diametro Circuli genitoris. Quodcumque verò eligatur punctum C, cum ſemper ex geneſi curvę arcus CD æquetur rectæ AD; ductis CI parallela baſi AB, & DG parallela altitudini FE, erit ſemicircumferentia ELF æqualis AF, arcuſque CD æqualis LF æquali AD. Ergo arcus EL æqualis eſt DF æquali KI æquali CL ob additam communiter KL ſemidiametris, vel æqualibus ſinubus LI, & CK; cumque hoc ubique ſubſiſtat, ſemper CL æquatur arcui circuli genitoris EL æqualis DF in cycloide: Eademque eſt ratio de rectis OP, QH parallelis baſi, quæ æquantur arcubus EO, EQ. Quare ſi detur arcus circularis OE

 in

in data ratione ſecandus : Ex O ducta OP pa brallelaaſi AB, & facta FM æquali OP , punctum M pertinebit ad contactum circuli tranſeuntis per P., & divisâ in N rectâ MF in data ratione MF ad NF, punctum N pertinebit ad contactum circuli tranſeuntis per H, ex quo ducendo baſi parallelam HQ, erit HQ æqualis FN æquali QE, adeoque dividet arcum EO in data ratione, quia OP ęqualis eſt EO ęquali FM , & QH ęqualis eſt EQ ęquali FN. Ergo MF ad NF eſt ut EO ad EQ . Unde mirum eſt lineam tam pręclari uſus, & facilis deſcriptionis, ut docet Hugenius in Horologio oſcillatorio , nondum inſtrumentis mathematicis ad ſectiones angulares additam eſſe .

I I.

Si Semicycloidis ABE baſis biſariam dividatur in L, atque altitudo in C , ducaturque CD baſi parallela,& compleatur rectangulum ABLK, erit L punctum contactus circuli genitoris tranſeuntis per D , & rectangulum AL duplum ſemicirculi ABQ, ſivè ſpatium AQBLDK comprehenſum rectis AK , BL, & ſemicircumferentiis AQBLDK duplum ſemicirculi genitoris . Sed etiam per puncta quęvis H , & I a centro ęquidiſtantia ductis baſi parallelis, OG, & PM ęquantur QD , itemque ON , & PF ęquantur arcubus AO , & AP , ſicuti QD ęquatur AQ . Ergo NG ęquatur OQ, & MF ęquatur QP; cumque OQ ęquetur QP, ſemper NG ęquatur MF, ideſt trilineum ADK ęquatur trilineo DLE.Ergo illo ablato,& hoc addito ſpatio AQBLDK erit triangulum comprehenſum ſemicircumferentia AQB, curva ADE , & recta BE duplum ſemicirculi genitoris, quo addito ſemicyclois tripla evadit ſemicirculi , vel duplicatis terminis ſpatium cycloidale triplum Circuli genitoris .

Si in

Digitized by Google

I I I.

Si in altitudine AB ſumantur bina quęvis puncta Gg infinitè proxima, per quę ducantur GE, ge baſi parallelæ ſecantes circumferentiam in Dd, ex quibus extendantur chordę DA, dA, & centro A intervallo AD ducatur arcus DF. Quoniam tam angulus DdA, quam AHG, vel DHd menſurantur a dimidio arcu AD Iſoſceles eſt triangulum HDd, cujus proinde baſis HD bifariam ſecatur in F a perpendiculari DF; ſed facta Id ęquali DE; ob HD ęqualem Dd ęquali Ie, HE ęqualis eſt, & parallela de, & Hd ęqualis Ee. Ergo tangens Cycloidem in quovis puncto e parallela eſt chordę circuli genitoris Ad; atque Ee diffarentia arcuum cycloidalium AE, Ae dupla eſt Fd differentię chordarum Ad AD. Sed AD eſt ſumma omnium differentiarum, quibus chordæ ab A uſque ad D differunt;atque AE eſt ſumma omnium differentiarum, quibus totidem arcus cycloidales ab A uſque ad E differunt, ità ut ſingulę differentię arcuum duplæ ſint ſingularum differentiarum ad chordas circuli pertinentium. Ergo arcus cycloidalis AE duplus eſt chordę circularis AD, & conſequenter totus arcus ſemicycloidalis AEC duplus eſt diametri AB, ideſt integra curva cycloidalis quadrupla eſt diametri Circuli genitoris, quę eſt rectificatio hujus curvę.

I V.

E volutione Cycloidis ABC generetur curva AHI, cujus deſcripta ſit portio AH evoluto arcu AB. Erit recta BH tangens cycloidem in B; ita ut ductis AF, & BE baſi DC parallelis, ſit HB parallela AE, & dupla ejuſdem, utpote æqualis arcui evoluto AB. Sed etiam BG æquatur AE ob parallelogrammum AEBG. Ergo GH æquatur AE.

Unde

Unde ſi Circulus ipſi AED æqualis tangat AF in G, ob angulum AGH æqualem GAE, erit GH chorda circuli GHK. Sed EB æquatur arcui AE, atque AG æquatur EB. Ergo AG æquatur arcui HG, adeoque punctum H eſt ad Cycloidem evolutæ æqualem, & contrario ſitu poſitam, atque alterius evolutione genitam, ita ut inde rurſus pateat arcum ABC æquare CI, quæ dupla eſt AD, & conſequenter totius curvæ cycloidalis longitudinem quadruplam eſſe diametri Circuli genitoris.

V.

Si ex centro globi G concipiatur ducta verticalis GC, quam ſecet in A recta AB tangens ſphæram in D, tum extenſo radio GD per contactumD ponatur BC horizontalis, ſimilia erunt triangula ADG, ACB, & quia exponendo velocitatem gravis in deſcenſu verticali per rectam GA, & per DA, recta DA exponit velocitatem ad deſcenſum in plano inclinato AB; eſtque GA ad AD ut AB ad BC, propterea velocitas verticalis ad obliquam, ſive inclinatam, eſt ut longitudo plani inclinati BA ad ipſius altitudinem AC. Ducatur CE perpendicularis ipſi AB, eritque AB ad AC ut AC ad AE. Ergo quo tempore grave motu uniformiter accelerato ex quiete in A abſolvet verticalem AC, motu obliquo in plano AB ex quiete in A accelerando eadem lege motum abſolvet portionem AE, quia quo tempore motu verticali deſcendit per AH æqualem GA motu obliquo deſcendet per AI æqualem AD; & quo tempore abſolvit ſpatium AC in quavis alia ratione ad AH abſolvet AE in eadem ratione ad AI. Præterea, quia poſita AC pro diametro circuli punctum E eſt ad ejuſdem Circuli circumferentiam ob angulum AEC rectum, gravia ex quiete deſcendentia abſolvunt eodem tempore diametrum, & quamvis circuli chordam à ſummitate diametri per eumdem circulum exten-

Digitized by Google

tenſam. Inſuper cum velocitas in E ad velocitatem in C ſit ut EA ad AC, atque ob motum uniformiter acceleratum, velocitas in E ad velocitatem in B in ſubduplicata ratione ſpatiorum EA, AB, ideſt in ratione EA ad AC, velocitas in E eamdem rationem habet ad velocitatem in C, atque in B. Ergo iſtæ inter ſe ſunt æquales. At cum tempus deſcenſus per AE, & per AC idem ſit, tempus autem deſcenſus per AE ad tempus deſcenſus per AB ob motum uniformiter acceleratum ſit ut AE ad AC, vel AC ad AB; tempus deſcenſus verticalis AC ad tempus deſcenſus inclinati AB eſt ut altitudo plani inclinati ad ipſius longitudinem.

VI.

Datis binis quibuſcumque arcubus cycloidalibus AB, & CB, quæritur ratio temporis, quo grave ex quiete in A percurrit arcum AB ad tempus, quo idem grave ex quiete in C percurrit arcum CB. Ponantur AD, & CE partes eædem datorum arcuum AB, & CB, eritque AB ad DB, ut CB ad EB, concipiatur etiam uterque arcus AB, & CB diviſus in eumdem partium numerum, quavis data minorum, quæ proportionales erunt ſuis integris; ſitque Dd una ex partibus, in quas dividitur arcus CB, ducanturque baſi AL parallelæ DF, df, CM, EG, eg. Ex oſtenſis arcus cycloidales dupli ſunt chordarum circuli genitoris. Sed in quovis circulo quadrata chordarum ſunt ut abſciſſæ ex diametro. Ergo per conſtructionem erit quadratum arcus AB ad quadratum arcus DB ut quadratum arcus CB ad quadratum arcus EB, atque iſtis quadratis ſubſtituendo abſciſſas ex diametro, erit LB ad FB, ut MB ad GB, & dividendo, atque alternando erit LF ad MG ut LB ad MB, ſive quadratum arcus AD ad quadratum arcus CE ut quadratum arcus AD ad quadratum arcus CB, atque extractis ubique quadratis radicibus; ut radix altitudinis LF ad radicem altitudinis MG,

MG, ideſt ob motum uniformiter acceleratum, ut velocitas acquiſita in D poſt decurſum arcum AD, ad velocitatem acquiſitam in E poſt decurſum arcum CE, ita arcus AD ad arcum CE, vel Dd ad Ee, qui idcirco æquali tempore percurruntur. Cumque idem eodem modo concludatur de quibuſvis aliis proportionalibus partibus arcuum AB, & CB omnes æquali tempore decurrentur, ita ut ratio quæſita temporis ſit æqualitatis, quia velocitas eadem conſtructione in infinitum variata eſt ubique proportionalis cum arcubus decurſis AD, CE, tum decurrendis DB, EB, tum integris AB, CB, tum elementaribus Dd, Ee, quod mirificum eſt.

Digitized by Google